



Progetto ??? – WP3 (SA)

Sensitivity analysis

Esplorare l'iperspazio dei parametri



Cos'è? A cosa serve?

Sistemi Culturali

- L'analisi di sensitività ha l'obiettivo di **quantificare il ruolo di ogni fattore incerto** (parametro o variabile guida) nello spiegare la variabilità degli output di modelli matematici (Cariboni et al., 2007).
- Viene tradizionalmente utilizzata per identificare i **parametri** del modello che, **nelle specifiche condizioni di applicazione**, risultano **più rilevanti** e quindi quelli sui quali concentrare le attività di parametrizzazione (attraverso misure dirette) e/o **calibrazione** (calibrare molti parametri contemporaneamente può essere molto pericoloso).



Cos'è? A cosa serve?

Sistemi Culturali

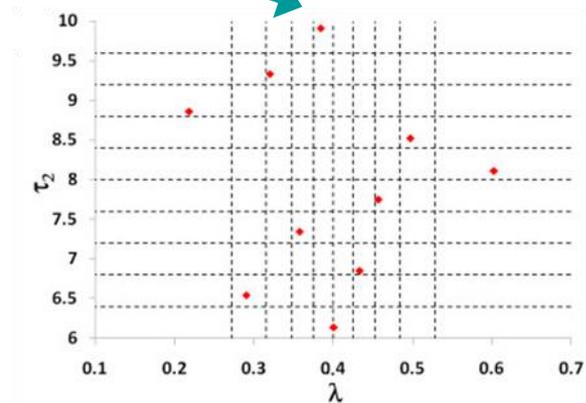
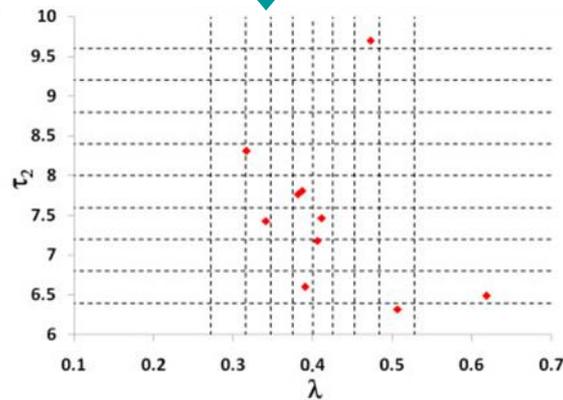
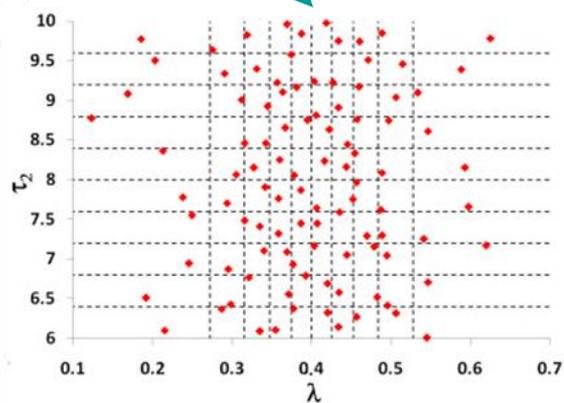
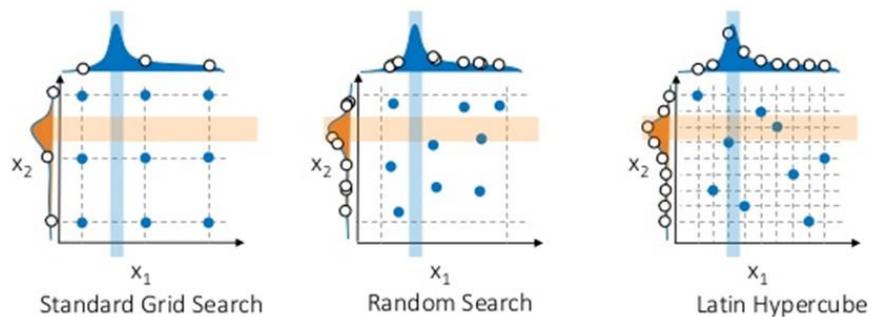
- Ultimamente viene utilizzata per analizzare il **comportamento** dei modelli, tanto in fase di creazione degli stessi (da parte quindi dello sviluppatore) che in fase di comprensione (da parte quindi dell'utente) (Tarantola e Saltelli, 2003).
- E' possibile utilizzare tecniche di sensitivity analysis anche per processi di **riduzione o semplificazione** di modelli, in modo da evitare ridondanze nella struttura del modello e/o over-parametrizzazioni (Ratto et al., 2001)... Occam?
- Oppure per identificare **ideotipi**...



- In passato (e a volte, purtroppo, tutt'ora...) l'analisi di sensitività è stata condotta:
 - ✓ dividendo il campo d'esistenza dei parametri del modello in intervalli regolari
 - ✓ effettuando, un parametro alla volta, simulazioni per ciascun valore derivante dalla divisione in intervalli
 - ✓ registrando ogni volta il risultato
- Quali sono i **limiti** di questo approccio?
 - ✓ **non esplora in modo efficiente** l'iperspazio dei parametri
 - ✓ **non tiene conto delle interazioni** dei parametri



- Come esplorare l'iperspazio in modo efficace?

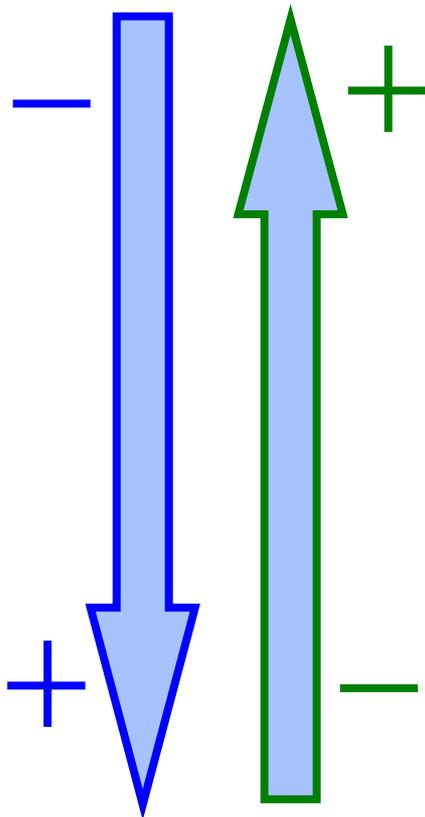




Metodi di sensitivity analysis

Sistemi Culturali

Parsimonia



Accuratezza

- Metodi di screening (media e deviazione standard di rapporti incrementali)
 - ✓ Morris
- Regression-based methods (calcolo di coefficienti di regressione standard o parziali per quantificare gli effetti di variazioni nel valore dei fattori)
 - ✓ Latin Hypercube Sampling
 - ✓ Random
 - ✓ Quasi-Random LpTau
- Variance-based methods (scomposizione della varianza)
 - ✓ Sobol'
 - ✓ Fourier Amplitude Sensitivity Test (FAST)
 - ✓ Extended FAST (E-FAST)



Metodi di screening Morris

Sistemi Culturali

- Il metodo di Morris (Morris, 1991) viene tipicamente utilizzato per **individuare i parametri con rilevanza molto bassa**, in modo da ridurre il numero di quelli da sottoporre a metodi di analisi più onerosi in termini di tempo computazionale.
- In comparative con altri metodi, **in realtà**, si è dimostrato **molto efficace** nell'ordinare i parametri in base alla loro rilevanza. Spesso viene quindi utilizzato singolarmente, senza l'applicazione successiva di altri metodi (Confalonieri et al., 2010; Yang, 2011).



Metodi di screening Morris

Sistemi Culturali

- Assumiamo che $X = (x_1, \dots, x_k)$ sia il vettore dei k parametri sui quali si sta effettuando l'analisi.
- **Riscaldare** tutte le variabili in modo da fargli assumere solo valori tra 0 e 1.
- x_i è forzato ad assumere **solo p valori discreti** (i.e., **livelli**) all'interno dell'insieme $\{0, 1/(p-1), 2/(p-1), \dots, 1\}$.
- Assumendo Δ come un multiplo di $1/(p-1)$ e $y(X)$ come l'output del modello, ogni **effetto elementare** $R_i(x_i, \dots, x_k, \Delta)$ è dato da

$$R_i(x_1, \dots, x_k, \Delta) = \frac{y(x_1, \dots, x_{i-1}, x_i + \Delta, x_{i+1}, \dots, x_k) - y(x_1, \dots, x_k)}{\Delta}$$



Metodi di screening Morris

Sistemi Culturali

- Sono poi calcolati **media** (μ) e **deviazione standard** (σ) della popolazione dei rapporti incrementali ottenuti campionando l'iperspazio Ω , definito da una griglia caratterizzata da k dimensioni e p livelli.
- μ rappresenta l'effetto totale del fattore sull'output, σ identifica non linearità nella risposta del modello o interazioni con altri fattori.
- μ e σ sono calcolati su **differenti traiettorie** (r), per un totale di $r(k+1)$ run del modello.



Regression-based methods

LHS, Random, LpTau

Sistemi Culturali

- Il principio dei regression-based methods è di approssimare la **relazione tra output e fattori** attraverso un'equazione del tipo:

$$y = b_0 + \sum_{i=1}^n b_i \cdot x_i + \varepsilon$$

- dove y è l'output del modello, x_i è l' i -esimo fattore, n è il numero di fattori, b_i è il coefficiente da stimare per x_i , ε è l'errore casuale.
- Quando i fattori x_i sono indipendenti, si può utilizzare il **coefficiente di regressione standardizzato (SRC)** per ottenere una **stima dell'indice di sensitività** per il fattore x_i :

$$SRC(x_i) = b_i \cdot \frac{\hat{s}_j}{\hat{s}}$$

- dove \hat{s}_j e \hat{s} sono le deviazioni standard del fattore e dell'output.



Regression-based methods LHS, Random, LpTau

Sistemi Culturali

- Ogni **SRC** quantifica l'**effetto della variazione di un fattore**, rispetto al suo valore standard, di una frazione fissa della sua deviazione standard, con **gli altri fattori fissi ai loro default**.
- Questa famiglia di metodi fornisce anche il **coefficiente di determinazione R^2** , che indica la **porzione di varianza totale** spiegata dal **modello regressivo**.
- Se il **modello regressivo** è **realmente capace** di spiegare la relazione tra **fattori e output**, più alto è il valore di **SRC**, maggiore sarà la **rilevanza** del fattore.
- Tra le tecniche di campionamento più utilizzate per generare le combinazioni di fattori per metodi basati sulla regressione, ci sono **Ipercubo Latino, Random, Quasi-Randon LpTau**.



Variance-based methods

Sobol', FAST, E-FAST

Sistemi Culturali

- I variance-based methods usano un **rapporto tra varianze** per stimare la **rilevanza** dei fattori.
- Sono basati sulla **scomposizione della varianza** totale dell'output di un modello $V(Y)$ (analogamente all'ANOVA) basandosi sull'equazione:

$$V(Y) = \sum_{i=1}^n D_i + \sum_{i \leq j \leq n} D_{ij} + \dots + \sum_{i \leq \dots n} D_{1\dots n}$$

- dove D_i rappresenta il first-order effect per ogni fattore x_i ($D_i = V[E(Y/x_i)]$) e i valori da D_{ij} ($D_{ij} = V[E(Y/x_i, x_j)] - D_i - D_j$) a $D_{1\dots n}$ l'interazione tra n fattori.



Variance-based methods

Sobol', FAST, E-FAST

Sistemi Culturali

- La varianza di $V[E(Y/x_i)]$ rappresenta il **main effect** di x_i (S_i) ed è usata per quantificare la sua rilevanza nello spiegare le variazioni nell'output:

$$S_i = \frac{V[E(Y / x_i)]}{V(Y)}$$

- Per ogni fattore, è utile inoltre calcolare il **total sensitivity index** (ST_i), corrispondente al suo effetto inteso come effetto del fattore x_i e delle interazioni del fattore x_i con gli altri.

$$ST_i = \sum S_i + \sum_{j \neq i} S_{ij} + \dots + S_{1\dots n}$$



Variance-based methods

Sobol', FAST, E-FAST

Sistemi Culturali

- Due fattori hanno **interazione** se il loro total effect sull'output non è uguale alla somma dei loro effetti di prim'ordine.
- L'effetto dell'**interazione di due fattori (effetto di second'ordine)** è dato da:

$$V(Y_{ij}) = V(E[Y | x_i, x_j]) - V(E[Y | x_i]) - V(E[Y | x_j])$$

- dove $V(E[Y | x_i, x_j])$ descrive l'effetto della coppia (x_i, x_j) su Y .
- Effetti di interazioni d'**ordine superiore** al secondo sono calcolati **in modo analogo**.



Metodi di sensitivity analysis

Sistemi Culturali

- **Anche i metodi per l'analisi di sensitività hanno parametri** (attenzione: non sono i parametri dei modelli che analizzano)!
- Può essere interessante analizzare la **stabilità dei metodi** al **variare dei loro parametri**.



Metodi di sensitivity analysis

Sistemi Culturali

- Per valutare il modo in cui i diversi metodi ordinano i parametri in base alla loro rilevanza può essere utile usare il **Top-Down Concordance Coefficient (TDCC)**; Iman e Conover, 1987)

$$\text{TDCC} = \frac{\sum_{i=1}^k \left[\sum_{j=1}^{n_{SA}} ss(SM_{ij}) \right] - n_{SA}^2 \cdot k}{n_{SA}^2 \cdot \left[k - \sum_{i=1}^k \frac{1}{i} \right]}$$

- calcolato in base ai **Savage Score** (Savage, 1956)

$$ss(SM_{ij}) = \sum_{i=r(SM_{ij})}^k \frac{1}{i}$$



Metodi di sensitivity analysis

Sistemi Culturali

- La concordanza tra rankings è considerata non-statisticamente significativa per p-value maggiori di 0.05.
- dove p-value è calcolato dalla statistica T , che approssima una distribuzione χ^2 , con $K-1$ gradi di libertà:

$$T = n_{SA} \cdot (k - 1) \cdot TDCC$$

- L'ipotesi nulla è: assenza di concordanza tra i rankings.



Metodi di sensitivity analysis

Sistemi Culturali

Ecological Modelling 221 (2010) 1897–1906

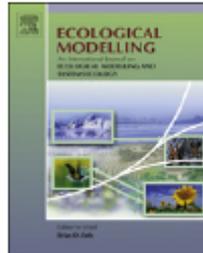


ELSEVIER

Contents lists available at ScienceDirect

Ecological Modelling

journal homepage: www.elsevier.com/locate/ecolmodel



Comparison of sensitivity analysis techniques: A case study with the rice model WARM

R. Confalonieri^{a,*}, G. Bellocchi^b, S. Bregaglio^{a,b}, M. Donatelli^{b,c}, M. Acutis^a

^a Università degli Studi di Milano, Department of Plant Production, via Celoria 2, 20133 Milan, Italy

^b Agriculture Research Council, Research Centre for Industrial Crops, via di Corticella 133, 40128 Bologna, Italy

^c European Commission Joint Research Centre, Institute for Security and Protection of the Citizen, MARS Unit, AGRI4CAST Action, via E. Fermi 2749-TP 483, I-21027 Ispra (VA), Italy



Metodi di sensitivity analysis

Sistemi Culturali

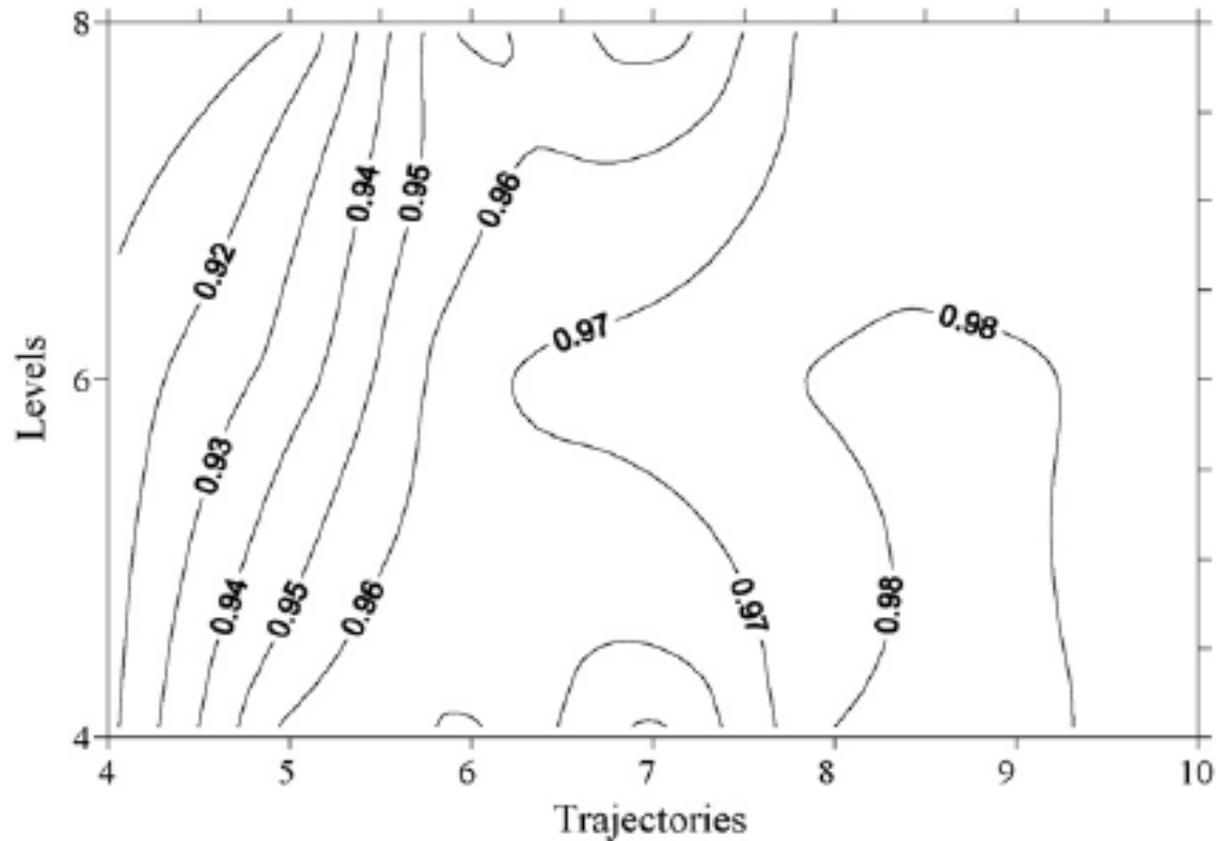


Fig. 1. Morris robustness. Top-down concordance coefficient (TDCC) calculated on rankings obtained, for each combination trajectory \times level, with seven different seeds (p -values always lower than 10^{-9}).

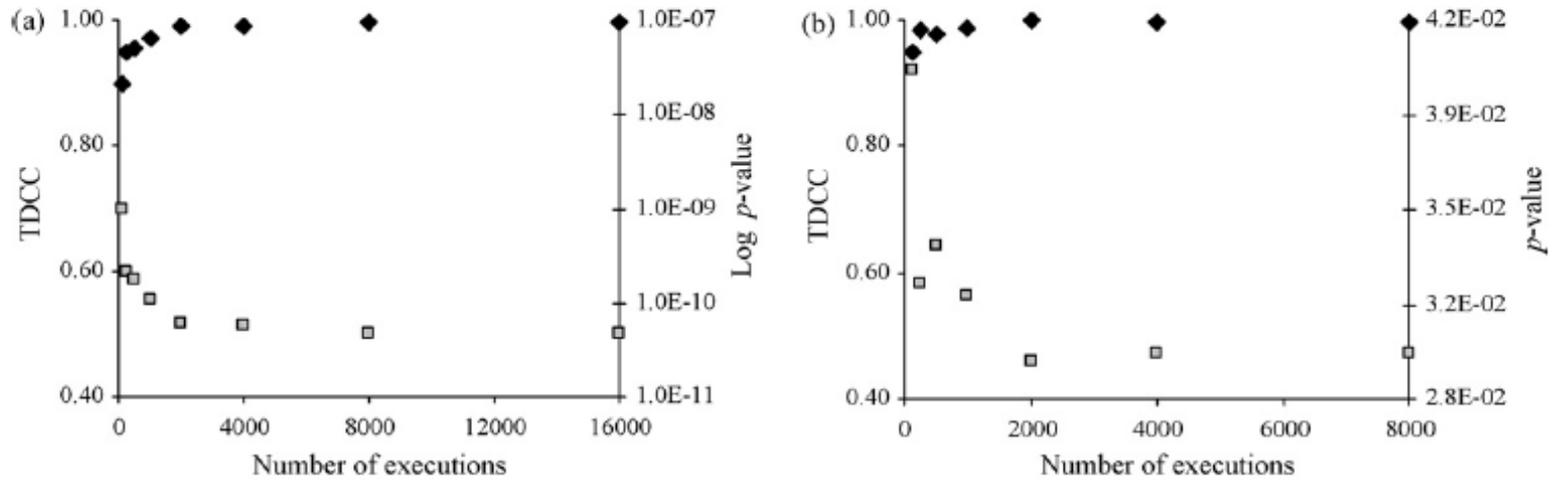


Fig. 3. Random robustness. Top-down concordance coefficient (TDCC; black diamonds) and related p -values (grey squares) calculated for different method parameterizations. (a) Effect of seven different seeds in influencing parameters ranking for increasing number of model executions. (b) Comparison between the ranking obtained with 16,000 model executions and those obtained increasing the number of executions.

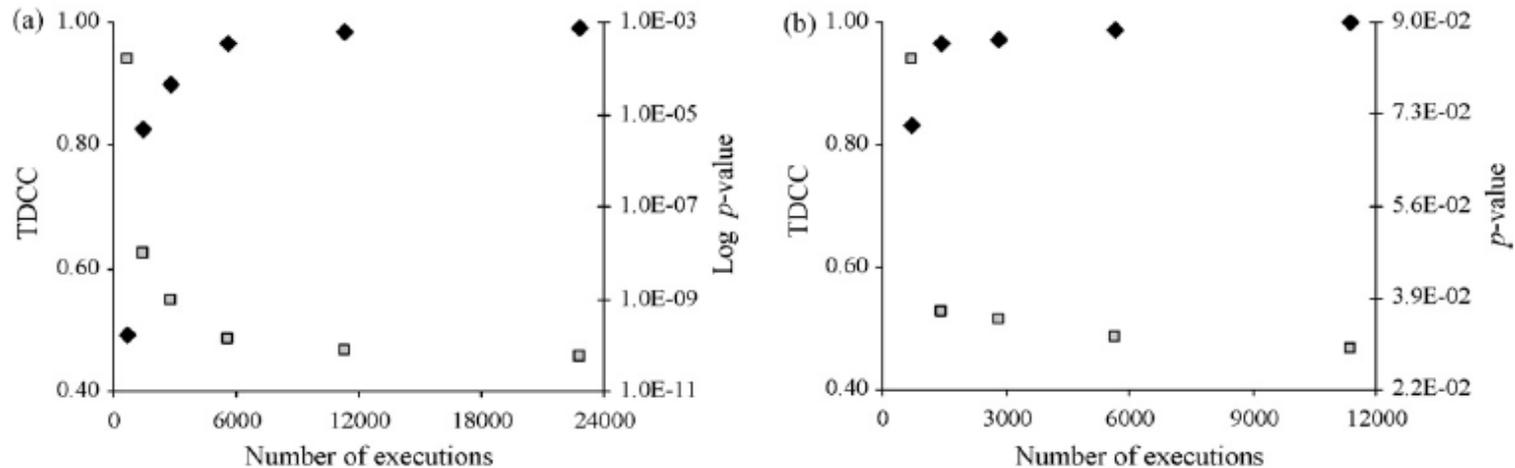


Fig. 5. E-FAST robustness. Top-down concordance coefficient (TDCC; black diamonds) and related p -values (grey squares) calculated for different method parameterizations. (a) Effect of seven different seeds in influencing parameters ranking for increasing number of model executions. (b) Comparison between the ranking obtained with 22,803 model executions and those obtained increasing the number of executions.



Metodi di sensitivity analysis

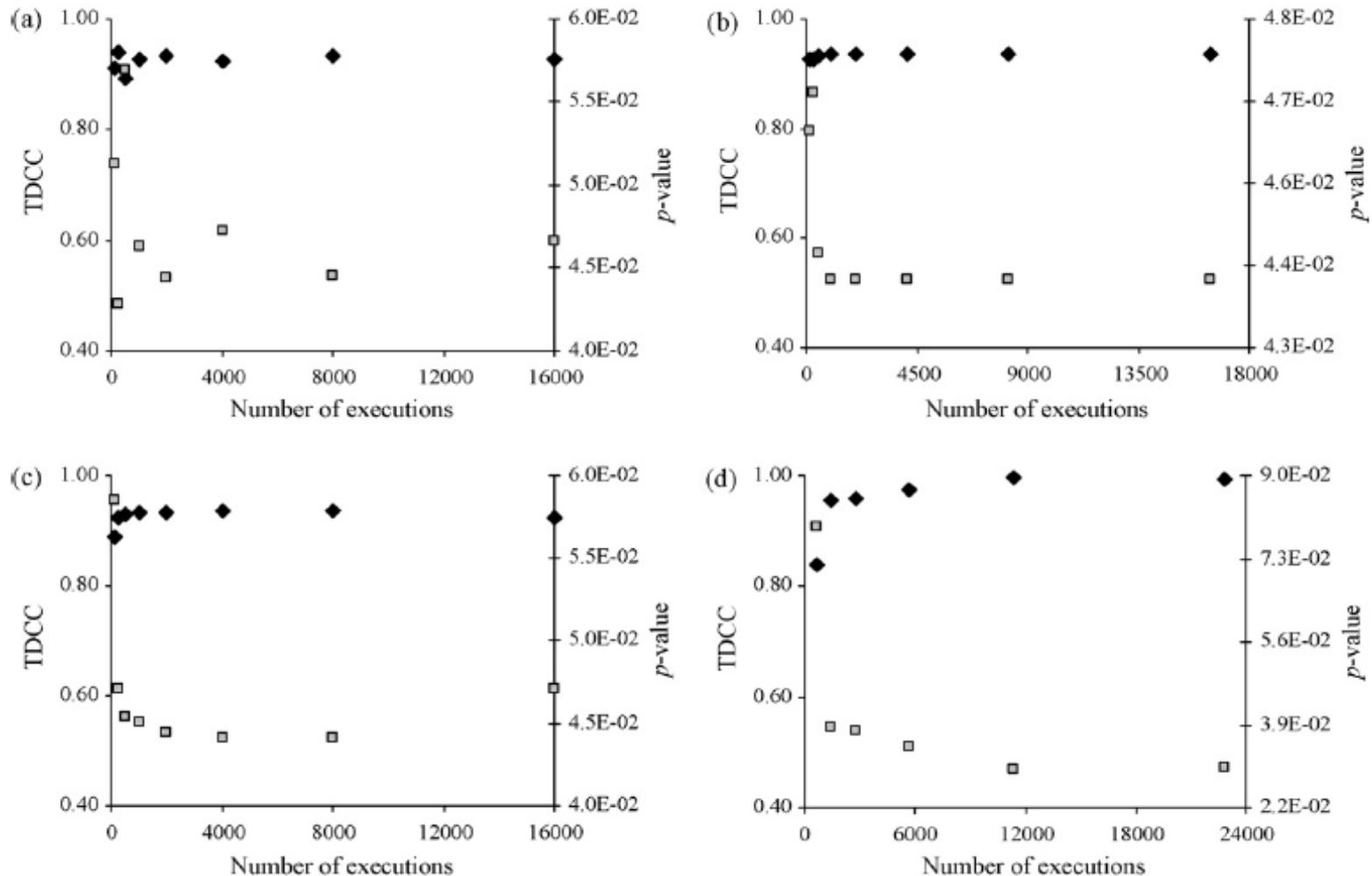


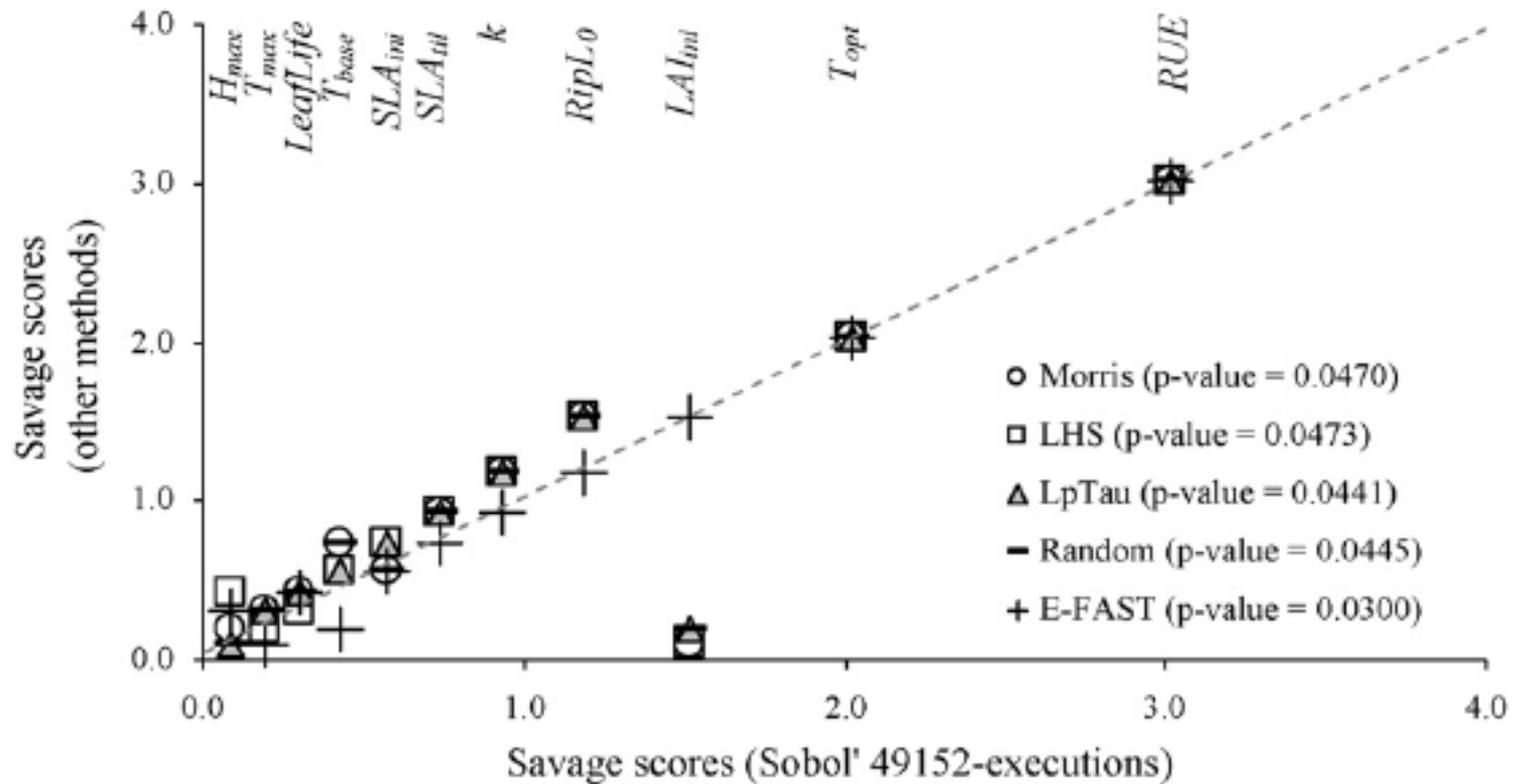
Fig. 7. Values of top-down concordance coefficient (TDCC; black squares) and relative p -values (grey squares) calculated between the ranking obtained with Sobol' (49,152 model executions) and those obtained with the other methods for increasing number of model executions. (a) Latin hypercube sampling; (b) Quasi-Random LpTau; (c) random; (d) E-FAST.



Metodi di sensitivity analysis

Sistemi Culturali

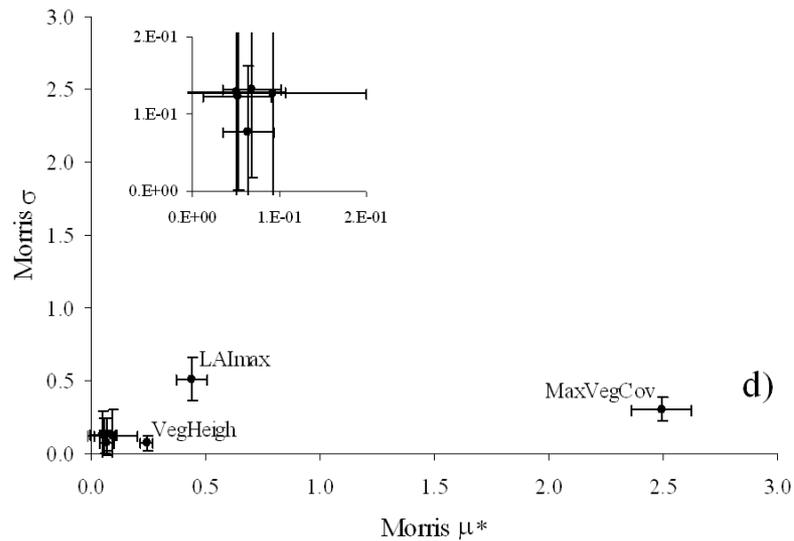
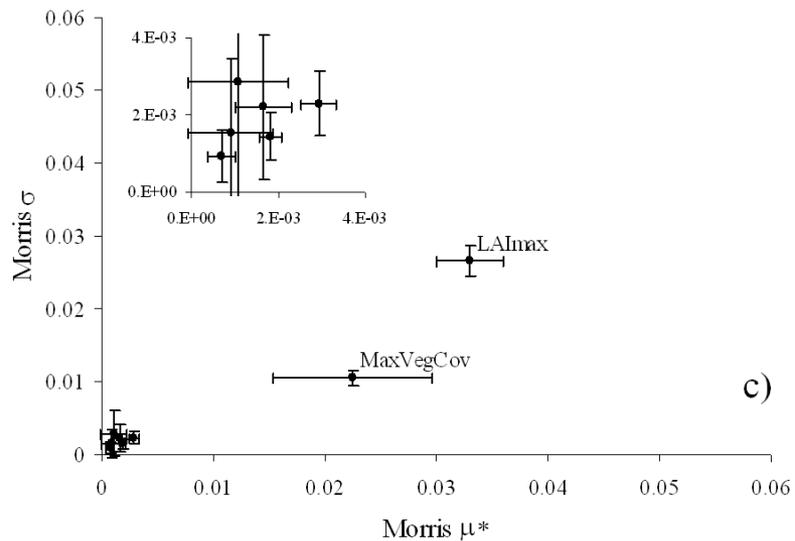
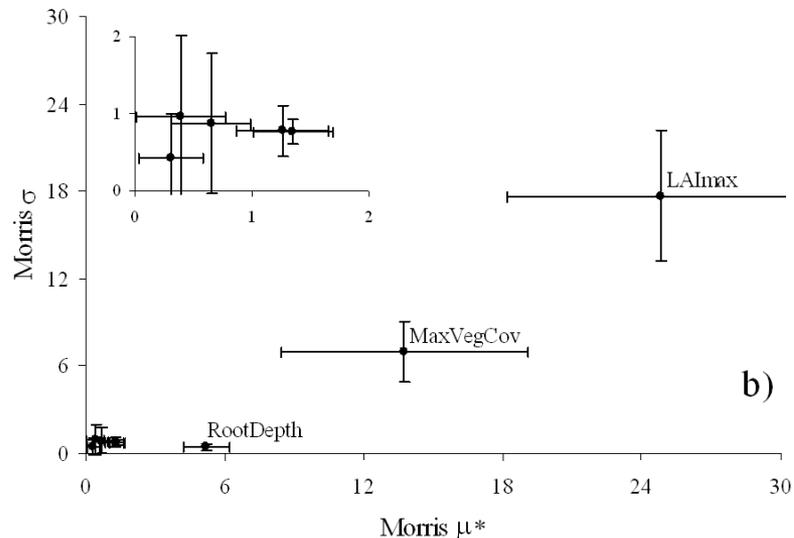
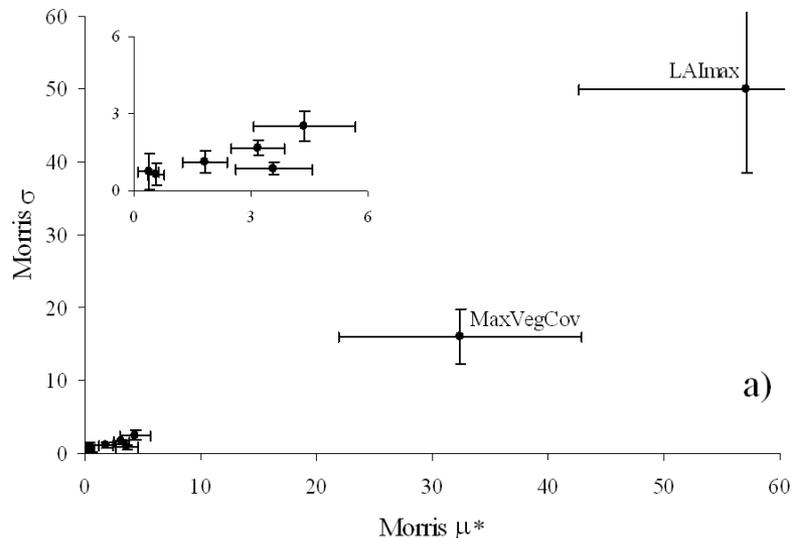
R. Confalonieri et al. / Ecological Modelling 221 (2010) 1897–1906





I risultati di sensitivity analysis variano con condizioni esplorate

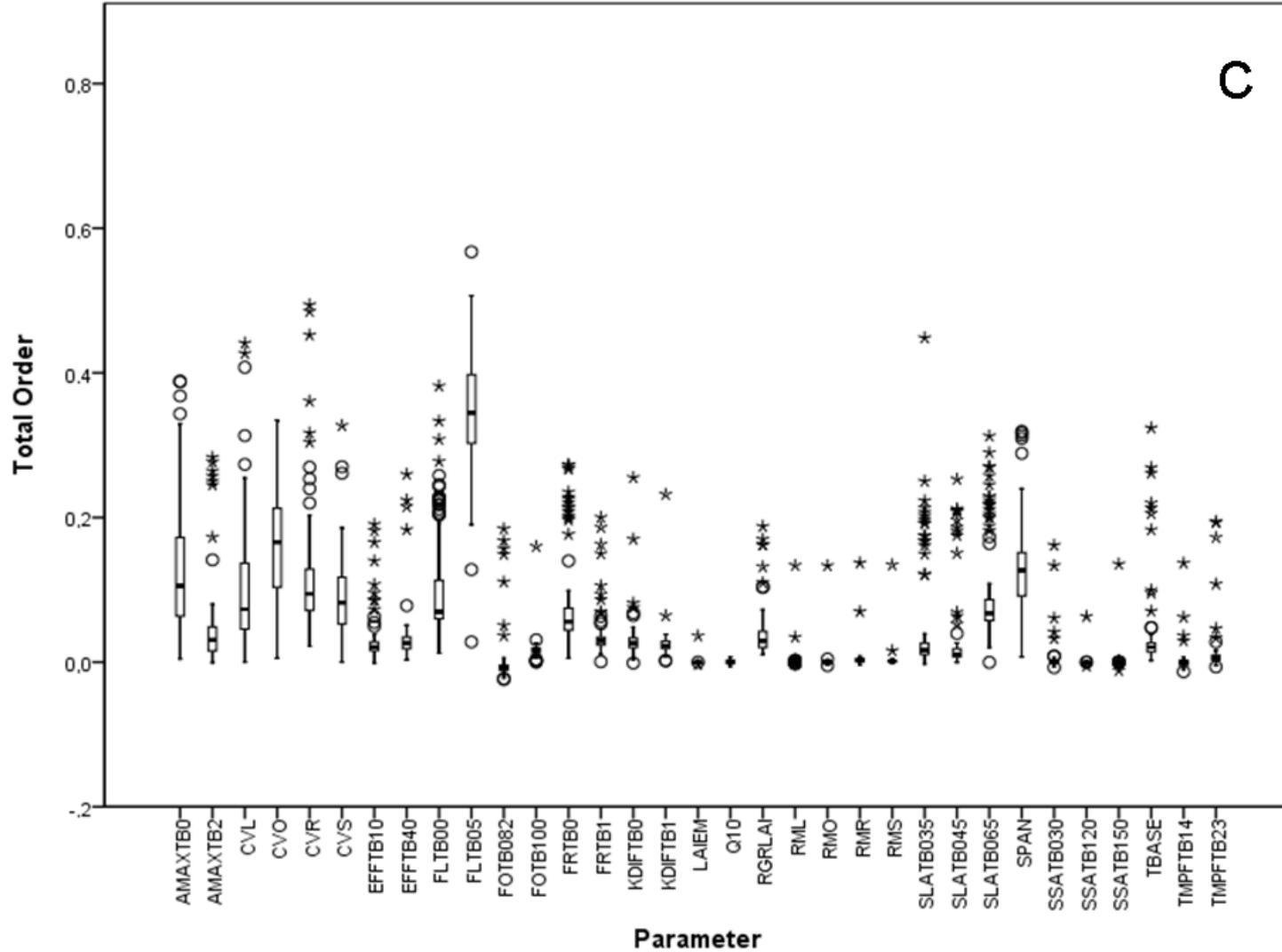
Sistemi C





I risultati di sensitivity analysis variano con condizioni esplorate

Sistemi Culturali





Ma prima di tutto: distribuzioni dei parametri!

Sistemi Colturali

Parameter	Relevance for breeding (e.g.)	Distribution	Source
Radiation use efficiency (RUE; g MJ ⁻¹)	Peng et al. 2008; Dingkhun et al. 2015	Normal (m 2.7; s 0.1)	Kiniry et al. 2001; Boschetti et al. 2006
Extinction coefficient (k; -)	Peng et al. 2008; Sheehy et al. 2013	Normal (m 0.47; s 0.04)	Casanova et al. 1998; Dingkhun et al. 1999; Kiniry et al. 2001; Boschetti et al. 2006
SLA at emergence (SLA _{ini} ; m ² kg ⁻¹)	Peng et al. 2008; Kush et al. 2012	Normal (m 41.6; s 5.9)	Kropff et al. 1994; Ash et al. 1998; Confalonieri and Bocchi 2005
SLA at tillering (SLA _{till} ; m ² kg ⁻¹)	Ashikari et al. 2005; Peng et al. 2008;	Normal (m 28.7; s 3.9)	Laza et al. 2015; Boschetti et al. 2006
Threshold T for cold sterility (T-ColdSter; °C)	Suh et al. 2010; Sanchez et al. 2014	Normal (temp. m 13.5; s 1.4) (trop. M 16.6; s 1.2)	Satake 1969; Da Cruz et al. 2006; Farrel et al. 2006; Thakur et al. 2010; Deng et al. 2011; Dreni et al. 2012; National Rice Authority
Threshold T for heat sterility (T-HeatSter; °C)	Matsui 2009; Jagadish et al. 2010	Normal (m 34.4; s 1.5)	Yoshida 1981; Satake 1995; Nakagawa et al. 2002; Matsui 2009; Ishimaru et al. 2010; Jagadish et al. 2010; Shah et al. 2011; Maruyama et al. 2013
Blast resistance (BlastRes; -, 1 to 3)	Fisher et al. 2005; Fukoka et al. 2009	Discrete (1, 2, 3)	National Rice Authority
Threshold T for chalkiness (T-Chalkiness; °C)	Yamakawa et al. 2007; Usui et al. 2014	Normal (m 26.4; s 0.9)	Wakamatsu et al. 2007; Yamakawa et al. 2007; Morita et al. 2008; Madan et al. 2012; Usui et al. 2014; Matsutomi et al. 2015
Threshold T for grain breakage (T-HeadRice; °C)	Siebenmorgen et al. 2013; Sreenivasulu et al. 2015	Normal (m 23.9; s 2.1)	Ambardekar et al. 2011; Okada et al. 2011; Siebenmorgen et al. 2013



Ma prima di tutto: distribuzioni dei parametri!

Sistemi Culturali

- Solo per stomaci molto forti

Ecological Modelling 340 (2016) 57–63

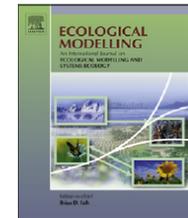


ELSEVIER

Contents lists available at [ScienceDirect](#)

Ecological Modelling

journal homepage: www.elsevier.com/locate/ecolmodel



Sensitivity analysis of a sensitivity analysis: We are likely overlooking the impact of distributional assumptions



Livia Paleari^a, Roberto Confalonieri^{b,*}

^a University of Milan, DISAA, Cassandra lab, via Celoria 2, 20133 Milano, Italy

^b University of Milan, DEMM, Cassandra lab, via Celoria 2, 20133 Milano, Italy



Ma prima di tutto: distribuzioni dei parametri!

Sistemi Culturali

www.nature.com/scientificreports

**SCIENTIFIC
REPORTS**

natureresearch

OPEN

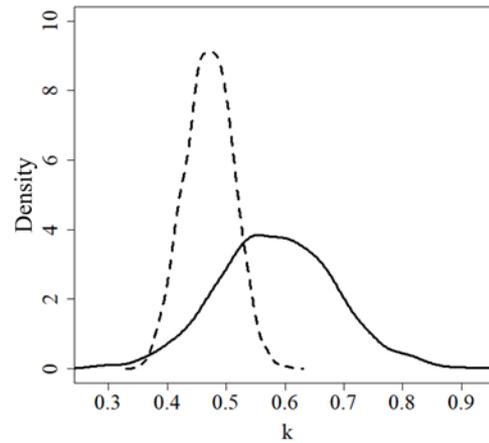
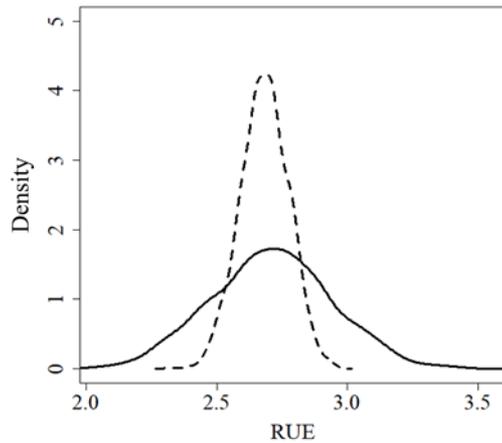
Tailoring parameter distributions to specific germplasm: impact on crop model-based ideotyping

Livia Paleari*, Ermes Movedi, Fosco Mattia Vesely  & Roberto Confalonieri*

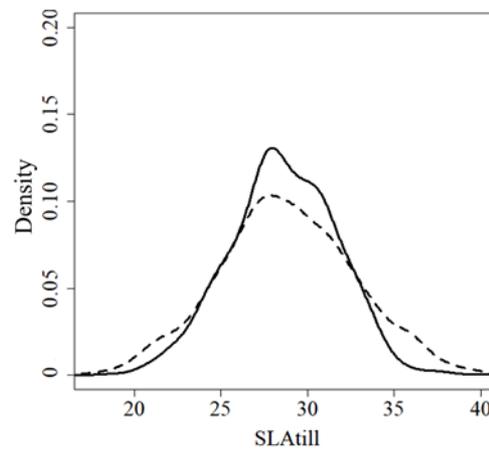
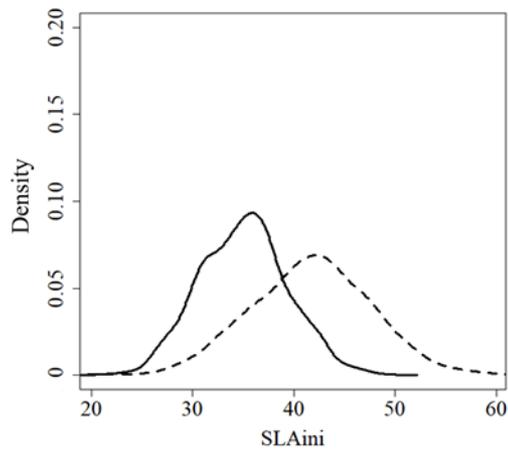


Ma prima di tutto: distribuzioni dei parametri!

Sistemi Culturali



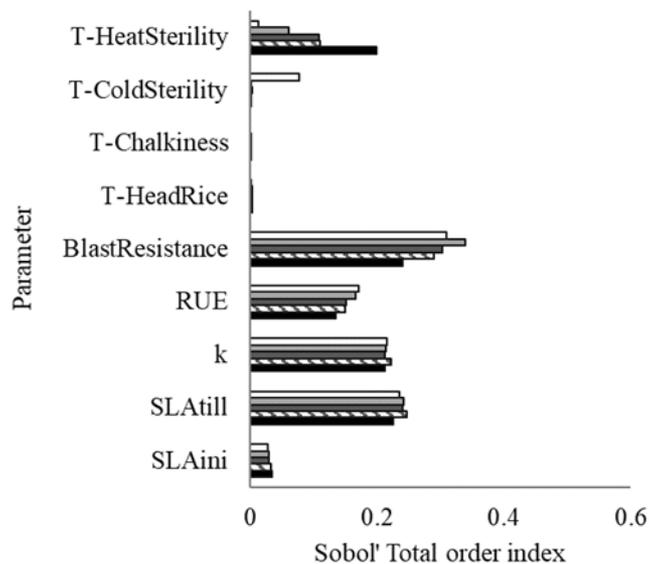
— Germplasm-specific
- - - Literature-derived



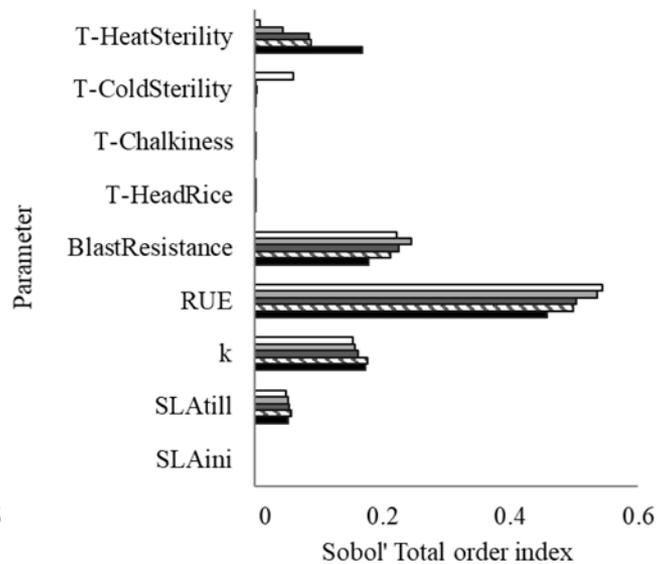


Ma prima di tutto: distribuzioni dei parametri!

Sistemi Colturali



Germplasm-specific



Literature-derived

Climate change scenarios (2030)

□ Current conditions

▒ RCP2.6-GISS-ES

▓ RCP8.5-GISS-ES

▨ RCP2.6-HadGEM2

■ RCP8.5-HadGEM2